

2021年上海市中等职业学校公共基础课学业水平考试考试说明

数学科

一、考试性质、目的和对象

根据上海市教育委员会颁发的《上海市中等职业学校学生学业水平评价实施办法》（沪教委职〔2015〕34号）和相关文件的规定，本考试是以《上海市中等职业学校数学课程标准（2015修订稿）》为依据的全市统一的中等职业学校数学课程学业水平考试。考试成绩是衡量本市中等职业学校在籍学生完成数学课程规定课时后所达到的学业水平的依据。

参加本科目考试的学生为本市中等职业学校完成本课程规定课时后的在籍学生。

数学科考试分为合格性考试和等级性考试，合格性考试为全体学生必考，等级性考试为学生自愿选考。

合格性考试的成绩以合格、不合格形式报告；在合格性考试“合格”并且等级性考试取得有效成绩的前提下，等级性考试的成绩按两者总分划分为A、B、C、D、E五个等级报告。

二、能力目标

本考试考查学生的数学建模能力、数学解模能力和数学释模能力。依据《上海市中等职业学校数学课程标准（2015修订稿）》规定的数学能力结构，确定如下具体能力目标。

1. 数学建模能力

- 1.1 能选择适当的数学语言表达具体情境中的信息。
- 1.2 将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型。

2. 数学解模能力

- 2.1 能判断数学模型类型，选择解题策略。
- 2.2 能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果。

3. 数学释模能力

- 3.1 能在原情境中解释解模结果，并进行分析和判断。
- 3.2 能对问题解决的方法、过程、策略作出合理的反思，并对是否需要修正作出判断。

三、考试知识内容

（一）考试知识内容中各水平层级的内涵

依据《上海市中等职业学校数学课程标准（2015修订稿）》，考试知识内容的学习水平层级分为四个层次，各层次水平的内涵见下表。

学习水平	内涵描述
A 水平	在结构完备、简单且熟悉的问题中，通过模仿，能直接运用概念、公式或常用结论等，按常规的步骤解答知识点单一的数学问题
B 水平	在类型易于判别的问题中，通过清晰的步骤，能找出相关知识点间的

	联系, 选择和运用简单的解决策略, 直接运用运算、推理等数学方法解答数学问题
C 水平	在各类熟悉情境中, 通过选择和运用常见的建模方法, 建立明确的数学模型。运用娴熟的运算、灵活的推理等解决数学问题, 能将得到数学问题的结果回到原情境中加以合理解释, 并能简单交流表达自己的观点
D 水平	在各类情境中, 能通过符号化等数学策略, 建立清晰的数学模型。比较、选择和适当重组解题策略, 运用较高水平的数学运算、推理等, 解决相对复杂的数学问题。将得到数学问题结果在原情境中进行反思, 明确地表达交流自己的观点, 合理回顾、解释和反思建模、解模和释模三环节

(二) 考试知识内容及相应水平层级

依据《上海市中等职业学校数学课程标准(2015 修订稿)》, 具体考试知识内容及相应水平层级如下表。

知识内容		水平层级	
主题	知识点	合格	等级
1.集合	1.1 集合的概念与表示	B	B
	1.2 集合间的基本关系	B	B
	1.3 集合的基本运算(交、并、补)	B	C
2.不等式	2.1 不等式的概念	A	A
	2.2 不等式的性质	B	B
	2.3 一元二次不等式的解法	B	C
	2.4 绝对值不等式的解法	B	C
	2.5 不等式的应用	C	D
3.函数	3.1 函数的概念	B	B
	3.2 函数的表示法(解析法、列表法、图像法)	B	C
	3.3 函数关系的建立	B	C
	3.4 函数的性质(奇偶性、单调性、最值)	B	C
	3.5 函数的应用	C	D
	3.6 简单的幂函数		C
4.指数函数与对数函数	4.1 指数及运算性质		B
	4.2 指数函数的概念		B
	4.3 指数函数的图像和性质		C
	4.4 对数及运算性质		B
	4.5 对数函数的概念		B
	4.6 对数函数的图像和性质		C
	4.7 指数函数、对数函数的应用		D
5.三角函数	5.1 角的概念的推广	B	B
	5.2 弧度制	B	B
	5.3 任意角的三角比	B	B
	5.4 简化公式	B	B
	5.5 正弦函数的图像与性质	C	C

	5.6 余弦函数的图像与性质	B	B
	5.7 正弦型函数的图像和性质	C	C
	5.8 正弦定理与余弦定理		D
6.空间几何体	6.1 空间几何体	B	B
	6.2 直观图	B	C
	6.3 三视图	B	C
	6.4 简单几何体的表面积和体积	C	C
7.直线与圆	7.1 直线的倾斜角与斜率	B	B
	7.2 直线的方程	B	C
	7.3 两条直线的位置关系	B	B
	7.4 两条直线的交点	B	C
	7.5 点到直线的距离公式	B	B
	7.6 圆	B	B
	7.7 圆的标准方程	B	C
	7.8 圆的一般方程		C
	7.9 直线与圆的位置关系		D
8.数系的扩展	8.1 数的概念扩展	A	A
	8.2 复数的有关概念	B	B
	8.3 复数的四则运算	B	C
	8.4 实系数一元二次方程在复数范围内的解	B	B
9.平面向量与矩阵	9.1 向量的概念	B	B
	9.2 向量线性运算的几何意义	B	B
	9.3 向量的坐标表示及线性运算	B	C
	9.4 矩阵的概念	B	B
	9.5 矩阵的线性运算	C	C
10.数列	10.1 数列的概念		A
	10.2 等差数列的通项公式		B
	10.3 等差数列的前 n 项和公式		C
	10.4 等比数列的通项公式		B
	10.5 等比数列的前 n 项和公式		C
	10.6 等差、等比数列的应用		D
11.排列与组合	11.1 两个基本原理	A	A
	11.2 排列的概念及排列数公式	B	B
	11.3 组合的概念及组合数公式	B	B
	11.4 排列组合应用问题	C	C
12.概率与统计初步	12.1 随机事件		B
	12.2 频率与概率		B
	12.3 古典概型		C
	12.4 统计图表	B	C
13.流程图	13.1 流程的概念		B
	13.2 流程框图的基本逻辑结构		C
	13.3 流程设计应用问题		D

注 1：合格性考试中未标注水平层级的知识内容在合格性考试中不考。

注 2：试卷中会提供以下定理或公式供考生参考：

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$V_{\text{柱}} = S \cdot h$$

$$V_{\text{锥}} = \frac{1}{3} S \cdot h$$

$$V_{\text{球}} = \frac{4\pi}{3} R^3$$

$$S_{\text{等差}} = na_1 + \frac{1}{2}n(n-1)d$$

$$S_{\text{等比}} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} (q \neq 1)$$

四、考试方式与时间

1. 考试形式：闭卷笔试。
2. 考试时间：合格性考试时间为 60 分钟，等级性考试时间为 40 分钟。
3. 试卷分值：合格性考试满分 100 分，等级性考试满分 50 分。

五、试卷结构

1. 合格性考试的试卷结构

题型结构			
题型	题量	每题分值	总分值
选择题一	28 题	3 分	84 分
选择题二	4 题	4 分	16 分
合计	32 题		100 分
能力目标结构			
能力目标		分值比例	
数学建模能力和数学释模能力		约 25%	
数学解模能力		约 75%	
知识内容结构			
知识内容		分值比例	
几何部分（空间几何体、直线与圆）		约 25%	
其他部分		约 75%	

2. 等级性考试的试卷结构

题型结构		
题型	题量	总分值
选择题	4 题	16 分
填空题	3 题	12 分
解答题	3 题	22 分
合计	10 题	50 分

能力目标结构	
能力目标	分值比例
数学建模能力和数学释模能力	约 30%
数学解模能力	约 70%
知识内容结构	
知识内容	分值比例
几何部分（空间几何体、直线与圆）	约 15%
其他部分	约 85%

六、携带计算器的规定

参照沪教考院高招[2002]38 号文件：“对带入考场的计算器品牌和型号不作规定，但附带计算器功能的无线通讯工具、记忆存储等设备和附带无线通讯功能、记忆存储功能、具有图像功能的计算器不得带入考场。”

七、题型示例

本部分编制的试题仅用于说明合格性考试和等级性考试的能力目标及题型，并不完全代表正式考试的试题形式、内容、难度等。

合格性考试

选择题

【例 1】已知集合 $A = \{2, 3\}$ ， $B = \{3, 5\}$ ，那么 $A \cap B =$

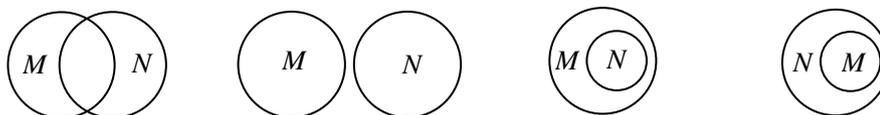
- (A) $\{2\}$ (B) $\{3\}$ (C) $\{5\}$ (D) $\{2, 5\}$

【正确选项】B

【能力目标】数学解模能力/能运用有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】集合/集合的基本运算（交、并、补）

【例 2】某职校街舞社团共有 26 名学生，若这 26 名学生组成的集合记为 M ，该社团内的 16 名男生组成的集合记为 N ，则下列文氏图能正确表示集合 M 与集合 N 之间关系的是



- (A) (B) (C) (D)

【正确选项】C

【能力目标】数学建模能力/能选择适当的数学语言表达具体情境中的信息

【知识内容】集合/集合的概念与表示

【例 3】如果用如图 1 所示的红外体温计测量体温，显示的读数为 $36.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。已知该体温计测量精度为 $\pm 0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，表示其真实体温 x ($^{\circ}\text{C}$) 的范围为 $35.9 \leq x \leq 36.5$ ，则该体温范围可用绝对值不等式表示为

- (A) $|x - 36.2| \leq 0.3$ (B) $|x - 36.2| \geq 0.3$
 (C) $|x - 0.3| \leq 36.2$ (D) $|x - 0.3| \geq 36.2$



图 1

【正确选项】A

【能力目标】数学建模能力/能选择适当的数学语言表达具体情境中的信息

【知识内容】不等式/不等式的应用

【例 4】图 2 是 2016 年 11 月 27 日上海市徐家汇地区 6-18 时的气温变化图，则该地区当日在该时段内的最高气温可能是

- (A) $6\text{ }^{\circ}\text{C}$ (B) $7.5\text{ }^{\circ}\text{C}$
 (C) $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ (D) $12.5\text{ }^{\circ}\text{C}$

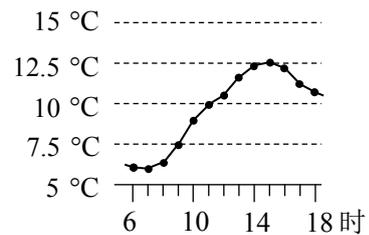


图 2

【正确选项】D

【能力目标】数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】函数/函数的性质

【例 5】表 1 表示“十二五”期间上海市教育和科学技术研究与试验发展经费支出 $f(x)$ (亿元) 与年份 x 之间的对应关系，则 2015 年的经费支出比 2014 年的经费支出多了

表 1

x	2011	2012	2013	2014	2015
$f(x)$	597.71	679.46	776.78	861.95	925.00

- (A) 63.05 亿元 (B) 81.75 亿元 (C) 85.17 亿元 (D) 97.32 亿元

【正确选项】A

【能力目标】数学释模能力/能在原情境中解释解模结果，并进行分析和判断

【知识内容】函数/函数的表示方法 (列表法)

【例 6】已知 $\alpha = 200^{\circ}$ ，那么 α 是

- (A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第三象限角 (D) 第四象限角

【正确选项】C

【能力目标】数学解模能力/能运用有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】三角函数/角的概念的推广

【例 7】在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 的顶点在坐标原点，始边与 x 轴正半轴重合，若其终边经过点 $P(1, \sqrt{3})$ ，则 $\tan \alpha =$

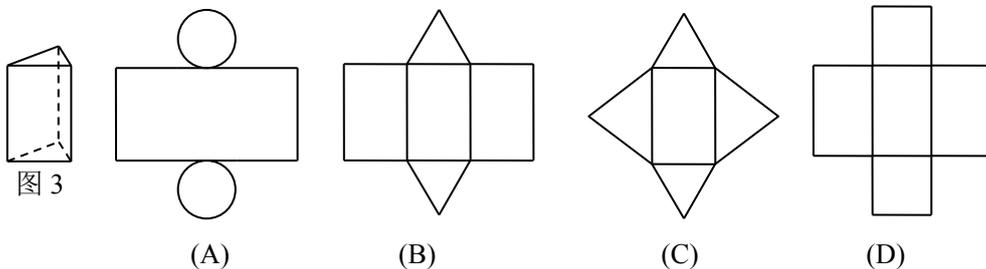
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\sqrt{3}$

【正确选项】D

【能力目标】数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】三角函数/任意角的三角比

【例 8】图 3 所示的正三棱柱的表面展开图可以为



【正确选项】B

【能力目标】数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】空间几何体/简单几何体的表面积和体积

【例 9】过点 $A(1,5)$ 且与直线 $y=3x+1$ 平行的直线方程为

- (A) $y=3x+2$ (B) $y=2x+3$ (C) $y=3x+3$ (D) $y=-\frac{1}{3}x+\frac{16}{3}$

【正确选项】A

【能力目标】数学解模能力/能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】直线与圆/两条直线的位置关系

【例 10】已知直角坐标平面内的 A 、 B 两点的坐标分别为 $A(2,1)$ 、 $B(3,2)$ ，那么向量 $\overline{AB} =$

- (A) $(-1,-1)$ (B) $(5,3)$ (C) $(3,5)$ (D) $(1,1)$

【正确选项】D

【能力目标】数学解模能力/能运用运算以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】平面向量与矩阵/向量的坐标表示及线性运算

【例 11】某西餐厅提供有 39 元的下午茶套餐（如图 4），此套餐可从 7 款茶点和 6 款饮料中任选一款茶点和一款饮料，则该套餐不同搭配的种数最多是

- (A) 6 (B) 7
(C) 13 (D) 42

【正确选项】D

【能力目标】数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型

【知识内容】排列与组合/排列组合应用问题

欢乐 6 套 39 元

—— 茶点 ——

牛奶焦糖法式芭菲	巧克力法式芭菲
香草手指泡芙	经典提拉米苏
嫩牛香酥卷	New 美式大薯格
抹茶雪域蛋糕	

—— 饮料（可免费续） ——

卡布奇诺（热）	摩卡（热）
New 布朗尼玛奇朵	拿铁（热）
竹蔗茅根马蹄饮	New 桂香雪梨金桔茶

一款茶点 + 一款饮料

图 4

等级性考试

(一) 选择题

【例 1】如图 5 所示， A 、 B 、 C 分别是位于外白渡桥、上海国际会议中心、东方明珠的三个观测点. 现测得 B 与 C 之间的距离为 316m, $\angle B = 133^\circ$, $\angle C = 34^\circ$, 则 A 与 C 之间的距离为 (精确到 1m)

- (A) 约 242 m (B) 约 413 m
(C) 约 786 m (D) 约 1027 m

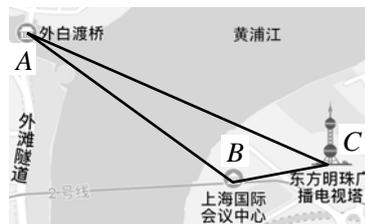


图 5

【正确选项】D

【能力目标】数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

【知识内容】三角函数/正弦定理与余弦定理

【例 2】若图 6 是下列选项中某个函数的图像的一部分, 则该函数的解析式是

- (A) $y = 3^x$ (B) $y = (\frac{1}{3})^x$
(C) $y = 3x + 1$ (D) $y = x^2 + 2$

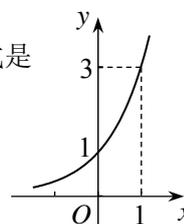


图 6

【正确选项】A

【能力目标】数学解模能力/能运用运算、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】指数函数与对数函数/指数函数的图像和性质

【例 3】图 7 是某算法的流程框图, 若输入 n 的值为 3, 则输出 s 的值为

- (A) 1 (B) 2 (C) 6 (D) 24

【正确选项】C

【能力目标】数学解模能力/能运用运算、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】流程框图/流程框图的基本逻辑结构

(二) 填空题

【例 1】已知 i 为虚数单位, 计算: $(1+i)(i+\frac{1}{i}) =$ _____.

【参考答案】0

【能力目标】数学解模能力/能运用运算以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】数系的扩展/复数的四则运算

【例 2】哥德巴赫猜想: “每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数之和”, 如 $8 = 3 + 5$, $20 = 7 + 13$. 若在不大于 13 的六个素数 (即 2, 3, 5, 7, 11, 13) 中, 随机选取两个不同的素数, 则其和为偶数的概率是_____. (结果用最简分数表示)

【参考答案】 $\frac{2}{3}$

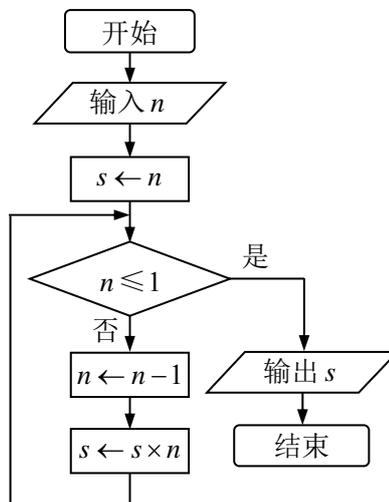


图 7

【能力目标】数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型

【知识内容】概率与统计初步/古典概型

(三) 解答题

【例 1】已知同一温度的摄氏温标读数 y ($^{\circ}\text{C}$) 与华氏温标读数 x ($^{\circ}\text{F}$) 之间是一次函数的关系. 如图 8 所示的温度计上同时标注摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$) 与华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$) 的刻度, 表 2 给出摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$) 与华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$) 的两组对应数据:

表 2

华氏温度 x ($^{\circ}\text{F}$)	32	122
摄氏温度 y ($^{\circ}\text{C}$)	0	50

- (1) 试求 y 关于 x 的函数解析式; (不需要写出定义域)
- (2) 小杰同学坐飞机两天后到达美国的 S 市交流学习. 天气预报报告抵达美国 S 市当天气温在 $54^{\circ}\text{F} \sim 72^{\circ}\text{F}$ 之间, 试用摄氏温度表示该气温范围. (结果四舍五入保留整数)



图 8

【参考答案】(1) 设 $y = kx + b$, 将点 $(32, 0)$ 、 $(122, 50)$ 坐标代入上式,

$$\text{有} \begin{cases} 0 = 32k + b, \\ 50 = 122k + b, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = -\frac{160}{9}, \\ k = \frac{5}{9}. \end{cases}$$

所求函数解析式为 $y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$.

$$(2) \text{ 当 } x = 54 \text{ 时, } y = \frac{5}{9} \times 54 - \frac{160}{9} \approx 12.$$

$$\text{当 } x = 72 \text{ 时, } y = \frac{5}{9} \times 72 - \frac{160}{9} \approx 22.$$

所以, 该气温范围用摄氏温度表示为 $12^{\circ}\text{C} \sim 22^{\circ}\text{C}$.

【能力目标】(1) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

(2) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

【知识内容】(1) 函数/函数关系的建立

(2) 函数/函数的应用

【例 2】已知圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$, 设直线 $l: x + my - 2m = 0$ (m 为常数, $m \in \mathbf{R}$).

- (1) 若直线 l 经过圆 C 的圆心, 求直线 l 的方程;
- (2) 是否存在常数 m , 使得直线 l 与圆 C 相切? 若存在, 求 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

【参考答案】(1) 圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$, 圆心 C 坐标为 $(1, 0)$.

直线 l 经过圆心 C , 故 $1 + m \cdot 0 - 2m = 0$, 解得 $m = \frac{1}{2}$.

故直线 l 的方程为 $x + \frac{1}{2}y - 1 = 0$, 即 $2x + y - 2 = 0$.

(2) 假设直线 l 与圆 C 相切, 则圆心 C 到直线 l 的距离等于圆 C 的半径 1,

$$\text{即 } \frac{|1-2m|}{\sqrt{1+m^2}} = 1.$$

整理得 $1-4m+4m^2=1+m^2$, 即 $3m^2-4m=0$, 解得 $m=0$ 或 $m=\frac{4}{3}$.

故存在常数 $m=0$ 或 $m=\frac{4}{3}$, 使得直线 l 与圆 C 相切.

【能力目标】 (1) 数学解模能力/能运用有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

(2) 数学解模能力/能运用运算、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】 (1) 直线与圆/圆的标准方程

(2) 直线与圆/直线与圆的位置关系

【例 3】 弹奏钢琴时, 钢琴所发出琴音的高低由琴弦振动的频率决定, 而琴弦振动的频率与琴弦的长度有关.

(1) 从左往右逐个试弹某钢琴的琴键, 将依次得到的第 n 个琴音的频率 (单位: 赫兹) 记为 a_n ($n \leq 88$, $n \in \mathbf{N}^*$). 已知 $a_1 = 27.5$, 且从第二个琴音起, 每一个琴音的频率与前一个琴音的频率之比都是 $2^{\frac{1}{12}}$, 求第 25 个琴音的频率;

(2) 某钢琴从左至右的前 20 根琴弦损坏需要更换, 将从左往右的第 m 根琴弦的长度 (单位: 米) 记为 b_m ($m \leq 20$, $m \in \mathbf{N}^*$), 已知 $b_m = 1.5 \times 0.944^{m-1}$, 求该钢琴需要更换的这 20 根琴弦的总长度. (结果精确到 0.001 米)

【参考答案】 (1) 由题意, 数列 $\{a_n\} (n \leq 88, n \in \mathbf{N}^*)$ 是首项为 27.5,

公比为 $2^{\frac{1}{12}}$ 的等比数列,

$$\text{因此 } a_{25} = 27.5 \times \left(2^{\frac{1}{12}}\right)^{25-1} = 110.$$

答: 第 25 个琴音的频率为 110 赫兹.

(2) 由 $b_m = 1.5 \times 0.944^{m-1}$ ($m \leq 20, m \in \mathbf{N}^*$), 得 $b_1 = 1.5$,

且 $\frac{b_{m+1}}{b_m} = 0.944$ ($m \leq 19, m \in \mathbf{N}^*$), 因此数列 $\{b_m\} (m \leq 20, m \in \mathbf{N}^*)$ 是首项为 1.5,

公比为 0.944 的等比数列.

设数列 $\{b_m\}$ 的前 m 项和为 S_m ($m \leq 20, m \in \mathbf{N}^*$),

$$S_{20} = \frac{1.5(1-0.944^{20})}{1-0.944} \approx 18.326.$$

答: 该钢琴需更换的这 20 根琴弦的总长度约为 18.326 米.

【能力目标】 (1) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

(2) 数学释模能力/能在原情境中解释解模结果, 并进行分析和判断

【知识内容】 (1) 数列/等比数列的通项公式

(2) 数列/等比数列的前 n 项和公式