

2016 年上海市中等职业学校公共基础课学业水平考试命题要求说明

数学科

一、考试性质、目的和对象

根据上海市教育委员会颁发的《上海市中等职业学校学生学业水平评价实施办法》（沪教委职〔2015〕34 号）和《关于 2016 年上海市中等职业学校学生学业水平评价公共基础课程考试的实施意见》（沪教委职〔2016〕31 号）文件的规定，本考试是以《上海市中等职业学校数学课程标准（2015 修订稿）》为依据的全市统一的中等职业学校数学课程学业水平考试。考试成绩是衡量本市中等职业学校在籍学生完成数学课程规定课时后所达到的学业水平的依据。

参加本科目考试的学生为本市中等职业学校完成本课程规定课时后的在籍学生。

数学科考试分为合格性考试和等级性考试，合格性考试为全体学生必考，等级性考试为学生自愿选考。

合格性考试的成绩以合格、不合格形式报告；在合格性考试“合格”并且等级性考试取得有效成绩的前提下，等级性考试的成绩按两者总分划分为 A、B、C、D、E 五个等级报告。

二、考试能力目标

本考试考查考生的数学建模能力、数学解模能力和数学释模能力。依据《上海市中等职业学校数学课程标准（2015 修订稿）》规定的数学能力结构，确定如下具体考试能力目标。

1. 数学建模能力

- 1.1 能选择适当的数学语言表达具体情境中的信息。
- 1.2 将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型。

2. 数学解模能力

- 2.1 能判断数学模型类型，选择解题策略。
- 2.2 能运用运算、空间想象、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果。

3. 数学释模能力

- 3.1 能在原情境中解释解模结果，并进行分析和判断。
- 3.2 能对问题解决的方法、过程、策略作出合理的反思，并对是否需要修正作出判断。

三、考试知识内容

（一）考试知识内容中各水平层级的内涵

依据《上海市中等职业学校数学课程标准（2015 修订稿）》，考试知识内容的学习水平层级分为四个层次，各层次水平的内涵见下表。

学习水平	内涵描述
A 水平	在结构完备、简单且熟悉的问题中，通过模仿，能直接运用概念、公

	式或常用结论等，按常规的步骤解答知识点单一的数学问题
B 水平	在类型易于判别的问题中，通过清晰的步骤，能找出相关知识点间的联系，选择和运用简单的解决策略，直接运用运算、推理等数学方法解答数学问题
C 水平	在各类熟悉情境中，通过选择和运用常见的建模方法，建立明确的数学模型。运用娴熟的运算、灵活的推理等解决数学问题，能将得到数学问题的结果回到原情境中加以合理解释，并能简单交流表达自己的观点
D 水平	在各类情境中，能通过符号化等数学策略，建立清晰的数学模型。比较、选择和适当重组解题策略，运用较高水平的数学运算、推理等，解决相对复杂的数学问题。将得到数学问题结果在原情境中进行反思，明确地表达交流自己的观点，合理回顾、解释和反思建模、解模和释模三环节

(二) 考试知识内容及相应水平层级

依据《上海市中等职业学校数学课程标准（2015 修订稿）》，具体考试知识内容及相应水平层级如下表。

知识内容		水平层级	
		合格性	等级性
主题	知识点		
1.集合	1.1 集合的概念与表示	B	B
	1.2 集合间的基本关系	B	B
	1.3 集合的基本运算（交、并、补）	B	C
2.不等式	2.1 不等式的概念	A	A
	2.2 不等式的性质	B	B
	2.3 一元二次不等式的解法	B	C
	2.4 绝对值不等式的解法	B	C
	2.5 不等式的应用	C	D
3.函数	3.1 函数的概念	B	B
	3.2 函数的表示法（解析法、列表法、图像法）	B	C
	3.3 函数关系的建立	B	C
	3.4 函数的性质（奇偶性、单调性、最值）	B	C
	3.5 函数的应用	C	D
	3.6 简单的幂函数		C
4.指数函数与对数函数	4.1 指数及运算性质		B
	4.2 指数函数的概念		B
	4.3 指数函数的图像和性质		C
	4.4 对数及运算性质		B
	4.5 对数函数的概念		B
	4.6 对数函数的图像和性质		C
	4.7 指数函数、对数函数的应用		D
5.三角函数	5.1 角的概念的推广	B	B
	5.2 弧度制	B	B
	5.3 任意角的三角比	B	B

	5.4 简化公式	B	B
	5.5 正弦函数的图像与性质	C	C
	5.6 余弦函数的图像与性质	B	B
	5.7 正弦型函数的图像和性质		C
	5.8 正弦定理与余弦定理		D
6.空间几何体	6.1 空间几何体	B	B
	6.2 直观图	B	C
	6.3 三视图	B	C
	6.4 简单几何体的表面积和体积	C	C
7.直线与圆	7.1 直线的倾斜角与斜率	B	B
	7.2 直线的方程	B	C
	7.3 两条直线的位置关系	B	B
	7.4 两条直线的交点	B	C
	7.5 点到直线的距离公式	B	B
	7.6 圆		B
	7.7 圆的标准方程		C
	7.8 圆的一般方程		C
	7.9 直线与圆的位置关系		D
8.数系的扩展	8.1 数的概念扩展	A	A
	8.2 复数的有关概念	B	B
	8.3 复数的四则运算	B	C
	8.4 实系数一元二次方程在复数范围内的解	B	B
9.平面向量与矩阵	9.1 向量的概念	B	B
	9.2 向量线性运算的几何意义	B	B
	9.3 向量的坐标表示及线性运算	B	C
	9.4 矩阵的概念	B	B
	9.5 矩阵的线性运算	C	C
10.数列	10.1 数列的概念		A
	10.2 等差数列的通项公式		B
	10.3 等差数列的前 n 项和公式		C
	10.4 等比数列的通项公式		B
	10.5 等比数列的前 n 项和公式		C
	10.6 等差、等比数列的应用		D
11.排列与组合	11.1 两个基本原理	A	A
	11.2 排列的概念及排列数公式	B	B
	11.3 组合的概念及组合数公式	B	B
	11.4 排列组合应用问题	C	C
12.概率与统计初步	12.1 随机事件		B
	12.2 频率与概率		B
	12.3 古典概型		C
	12.4 统计图表	B	C
13.流程框图	13.1 流程的概念		B
	13.2 流程框图的基本逻辑结构		C

13.3 流程设计应用问题	D
---------------	---

注 1: 合格性考试中未标注水平层级的知识内容在合格性考试中不考。

注 2: 试卷中会提供以下定理或公式供考生参考:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \qquad d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$V_{\text{柱}} = S \cdot h \qquad V_{\text{锥}} = \frac{1}{3} S \cdot h \qquad V_{\text{球}} = \frac{4\pi}{3} R^3$$

$$S_{\text{等差}} = na_1 + \frac{1}{2}n(n-1)d \qquad S_{\text{等比}} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

四、考试方式与时间

1. 考试形式: 闭卷书面考试。
2. 考试时间: 合格性考试时间为 60 分钟, 等级性考试时间为 40 分钟。

五、试卷结构

1. 合格性考试的试卷结构

题型结构		
题型	题量	分值
选择题	22 题	66 分
填空题	6 题	18 分
解答题	2 题	16 分
合计	30 题	100 分
能力结构		
能力		分值
数学建模能力和数学释模能力		30 分左右
数学解模能力		70 分左右

2. 等级性考试的试卷结构

题型结构		
题型	题量	分值
选择题	4 题	16 分
填空题	3 题	12 分
解答题	3 题	22 分
合计	10 题	50 分
能力结构		
能力		分值

数学建模能力和数学释模能力	25 分左右
数学解模能力	25 分左右

六、携带计算器的规定

沪教考院高招[2002]38 号文件：“对带入考场的计算器品牌和型号不作规定，但附带计算器功能的无线通讯工具、记忆存储等设备和附带无线通讯功能、记忆存储功能、具有图像功能的计算器不得带入考场。”

七、题型示例

特编制下列试题供参考.所列试题不可能也没必要包含命题要求中规定的全部考试内容和考试要求.它与本年度考试时试卷在难度及考查内容分布上没有直接对应关系,题量也不一定相同.

合格性考试

(一) 选择题

【例 1】已知集合 $A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 那么 $A \cap B =$

- (A) $\{2\}$ (B) $\{3\}$ (C) $\{5\}$ (D) $\{2, 5\}$

【正确选项】B

【能力目标】数学解模能力/能运用有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】集合/集合的基本运算(交、并、补)

【例 2】图 1 是我国的传统美食——红烧狮子头(肉圆), 与红烧狮子头相类似的几何体为

- (A) 圆柱 (B) 圆锥
(C) 棱锥 (D) 球



图 1

【正确选项】D

【能力目标】数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

【知识内容】空间几何体/空间几何体

【例 3】如果用如图 2 所示的红外体温计测量体温, 显示的读数为 36.2°C . 已知该体温计测量精度为 $\pm 0.3^{\circ}\text{C}$, 表示其真实体温 $x (^{\circ}\text{C})$ 的范围为 $35.9 \leq x \leq 36.5$, 则该体温范围可用绝对值不等式表示为

- (A) $|x - 36.2| \leq 0.3$ (B) $|x - 36.2| \geq 0.3$
(C) $|x - 0.3| \leq 36.2$ (D) $|x - 0.3| \geq 36.2$



图 2

【正确选项】A

【能力目标】数学建模能力/能选择适当的数学语言表达具体情境中的信息

【知识内容】不等式/不等式的应用

【例 4】已知直角坐标平面内的 A 、 B 两点的坐标分别为 $A(2,1)$ 、 $B(3,2)$ ，那么向量 $\overline{AB} =$

- (A) $(-1,-1)$ (B) $(5,3)$ (C) $(3,5)$ (D) $(1,1)$

【正确选项】D

【能力目标】数学解模能力/能运用运算以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】平面向量与矩阵/向量的坐标表示及线性运算

【例 5】已知 $\alpha = 200^\circ$ ，那么 α 是

- (A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第三象限角 (D) 第四象限角

【正确选项】C

【能力目标】数学解模能力/能运用有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】三角函数/角的概念的推广

【例 6】某西餐厅提供有 39 元的下午茶套餐(如图 3)，此套餐可从 7 款茶点和 6 款饮料中任选一款茶点和一款饮料，则该套餐不同搭配的种数最多是

- (A) 6 (B) 7
(C) 13 (D) 42

【正确选项】D

【能力目标】数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型

【知识内容】排列与组合/排列组合应用问题

欢乐6套 39元

—— 茶点 ——

牛奶焦糖法式芭菲	巧克力法式芭菲
香草手指泡芙	经典提拉米苏
嫩牛香酥卷	New 美式大薯格
抹茶雪域蛋糕	

—— 饮料 (可免费续) ——

卡布奇诺 (热)	摩卡 (热)
New 布朗尼玛奇朵	拿铁 (热)
竹蔗茅根马蹄饮	New 桂香雪梨金桔茶

一款茶点 + 一款饮料

图 3

(二) 填空题

【例 1】不等式 $x^2 - 4x + 3 < 0$ 的解集为_____.

【参考答案】 $(1,3)$

【能力目标】数学解模能力/能运用运算以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】不等式/一元二次不等式的解法

【例 2】函数 $y = \sqrt{x-2}$ 的定义域用区间表示为_____.

【参考答案】 $[2, +\infty)$

【能力目标】数学解模能力/能运用运算以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】函数/函数的概念

【例 3】直线 $2x - y + 1 = 0$ 的斜率 $k =$ _____.

【参考答案】2

【能力目标】数学解模能力/能运用运算以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】直线与圆/直线的倾斜角与斜率

(三) 解答题

【例 1】甲、乙两同学到文具店购买铅笔和橡皮，购买数量如表 1 所示.

表 1

	铅笔 (单位: 支)	橡皮 (单位: 块)
甲	3	1
乙	4	2

(1) 用列矩阵 A 表示甲、乙两人分别购买铅笔的数量，用列矩阵 B 表示甲、乙两人分别购买橡皮的数量；

(2) 若铅笔的价格为 2 元/支，橡皮的价格为 1 元/块，利用矩阵求甲、乙各应付多少钱？

【参考答案】(1) $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

(2) 设用矩阵 C 表示甲、乙两人分别应付的金额，则 $C = 2 \times A + 1 \times B = 2 \times \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix}$,

所以，甲应付 7 元，乙应付 10 元.

【能力目标】(1) 数学建模能力/能选择适当的数学语言表达具体情境中的信息

(2) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型

【知识内容】(1) 平面向量与矩阵/ 矩阵的概念

(2) 平面向量与矩阵 / 矩阵的线性运算

【例 2】某帐篷的三视图由两个全等的等腰三角形和一个正方形组成，如图 4 所示.

(1) 在图 5 中用斜二测法补画完该帐篷的直观图；

(2) 求该帐篷内空间的体积 V .

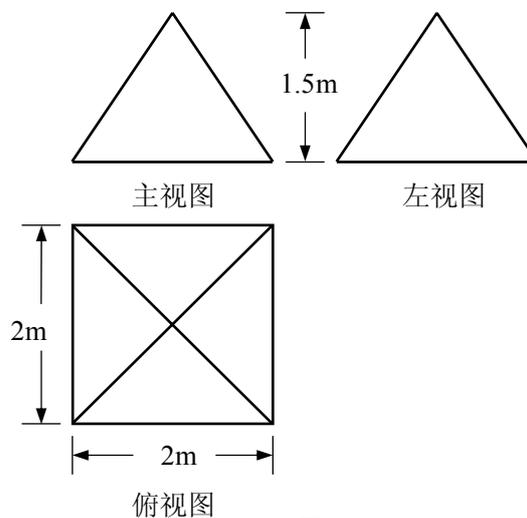


图 4



图 5

【参考答案】(1) 直观图如图 6 所示；

(2) $V = \frac{1}{3} S_{\text{底}} h = \frac{1}{3} \times 2^2 \times 1.5 = 2 \text{ m}^3$

答：该帐篷内空间的体积为 2 m^3 .

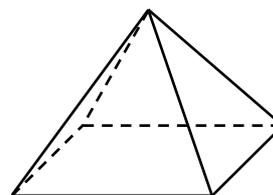


图 6

【能力目标】(1) 数学解模能力/能运用空间想象以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

(2) 数学解模能力/能运用运算、空间想象以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】(1) 空间几何体/空间几何体、直观图、三视图

(2) 空间几何体/简单几何体的体积

等级性考试

(一) 选择题

【例 1】如图 7 所示, A、B 两地之间有一座山(阴影部分), 在 A、B 两地之间规划建设一条笔直的公路(挖隧道穿过山体). 测量员测得 $AC = 3500$ 米, $BC = 3390$ 米, $\angle C = 24.9^\circ$. 测量员想要计算 AB 之间的距离, 用下列哪个数学知识求解最直接.

- (A) 勾股定理: $c^2 = a^2 + b^2$
(B) 余弦定理: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$
(C) 正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
(D) 三角形面积公式: $S = \frac{1}{2}ab\sin C$

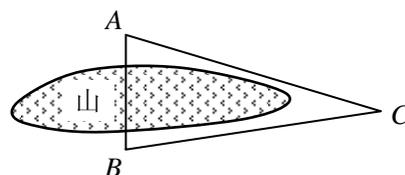


图 7

【正确选项】B

【能力目标】数学解模能力/能判断数学模型类型, 选择解题策略

【知识内容】三角函数/正弦定理与余弦定理

【例 2】从甲、乙、丙等 10 名中职学生中, 任意选取 3 名, 报名参加“星光计划”技能竞赛, 假设每人被选中的可能性相等, 则甲、乙两人都被选上的概率是

- (A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{7}{15}$ (C) $\frac{11}{15}$ (D) $\frac{1}{90}$

【正确选项】A

【能力目标】数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

【知识内容】概率与统计初步/古典概型

(二) 填空题

【例 1】某水果超市, 购买苹果的金额 y (元) 与重量 x (千克) 的关系如图 8 所示, 若小王购买 4 千克苹果, 则金额 y 为 _____ 元.

【参考答案】36

【能力目标】数学解模能力/能运用运算、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】流程框图/流程框图的基本逻辑结构

【例 2】函数 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$ 在一个周期内的最大值为 _____.

【参考答案】3

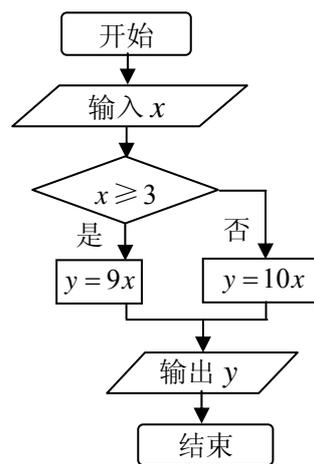


图 8

【能力目标】数学解模能力/能运用有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】三角函数/正弦型函数的图像和性质

(三) 解答题

【例 1】已知同一温度的摄氏温标读数 y ($^{\circ}\text{C}$) 与华氏温标读数 x ($^{\circ}\text{F}$) 之间是一次函数的关系. 如图 9 所示的温度计上同时标注摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$) 与华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$) 的刻度, 表 2 给出摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$) 与华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$) 的两组对应数据:

表 2

华氏温度 x ($^{\circ}\text{F}$)	32	122
摄氏温度 y ($^{\circ}\text{C}$)	0	50



图 9

(1) 试求 y 关于 x 的函数解析式; (不需要写出定义域)

(2) 小杰同学坐飞机两天后到达美国的 S 市交流学习. 天气预报报告抵达美国 S 市当天气温在 $54^{\circ}\text{F} \sim 72^{\circ}\text{F}$ 之间, 试用摄氏温度表示该气温范围. (结果四舍五入保留整数)

【参考答案】(1) 设 $y = kx + b$,

将点 $(32, 0)$ 、 $(122, 50)$ 坐标代入上式,

$$\text{有 } \begin{cases} 0 = 32k + b, \\ 50 = 122k + b, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b = -\frac{160}{9}, \\ k = \frac{5}{9}. \end{cases}$$

所求函数解析式为 $y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$.

(2) 当 $x = 54$ 时, $y = \frac{5}{9} \times 54 - \frac{160}{9} \approx 12$.

当 $x = 72$ 时, $y = \frac{5}{9} \times 72 - \frac{160}{9} \approx 22$.

所以, 该气温范围用摄氏温度表示为 $12^{\circ}\text{C} \sim 22^{\circ}\text{C}$.

【能力目标】(1) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

(2) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题, 建立相应的数学模型

【知识内容】(1) 函数/函数关系的建立

(2) 函数/函数的应用

【例 2】已知圆 C 的标准方程为 $x^2 + y^2 = 4$.

(1) 写出圆 C 的半径长;

(2) 若斜率 $k = 1$ 的直线 l 过点 $A(3, 0)$, 求直线 l 的方程, 并求圆心 C 到直线 l 的距离, 判断直线 l 与圆 C 的位置关系.

【参考答案】(1) 圆 C 的半径长为 2;

(2) 由直线 l 的斜率 $k=1$ 且过点 $A(3,0)$, 则其方程为 $y-0=1 \times (x-3)$, 即 $y=x-3$; 由点到直线的距离公式, 可得圆 C 的圆心与直线 l 的距离 $d = \frac{|3|}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, 因 $d > 2 = r$, 所以直线 l 与圆 C 相离.

【能力目标】(1) 数学解模能力/能运用有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

(2) 数学解模能力/能运用运算、逻辑推理以及有关数学知识技能获得数学问题的正确结果

【知识内容】(1) 直线与圆/圆的标准方程

(2) 直线与圆/直线的方程、点到直线的距离、直线与圆的位置关系

【例 3】图 10 为 14 行的视力检查表, 人站在 5 米远处检查视力. 从上往下, 已知第 1 行的视力记录为 4.0, 后面每一行的视力记录比前一行增加 0.1. 图 11 所示为正方形“E”字视标. 图 10 中, 第 1 行中的“E”字视标边长为 72.72 毫米, 往后每一行中的“E”字视标边长是前一行的 0.794 倍.

(1) 检查视力时, 小王同学的左眼只能看清第 11 行以及上面各行的“E”字. 问小王左眼的视力记录应为多少?

(2) 求第 5 行中的“E”字视标边长;(精确到 0.01 毫米)

(3) 已知每一行(最后一行除外)的视标底端与下一行视标顶端的距离都为 24 毫米, 那么第一行视标顶端到最后一行视标底端的距离为多少毫米?(精确到 0.01 毫米)

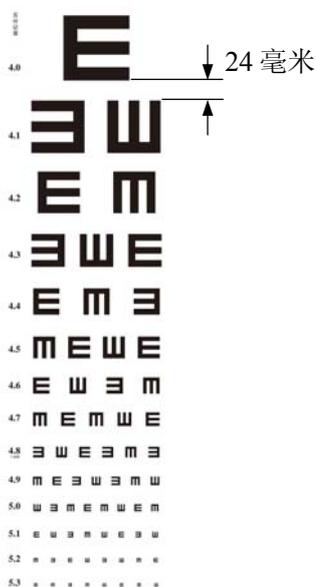


图 10

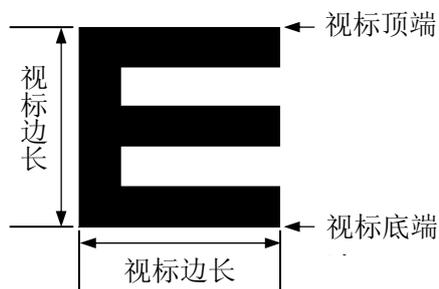


图 11

【参考答案】(1) 设第 n 行的视力记录为 a_n , 由题意可知,

数列 $\{a_n\}$ 为首项 $a_1=4.0$, 公差 $d=0.1$ 的等差数列.

$$a_{11}=4.0+(11-1) \times 0.1=5.0.$$

答: 小王左眼的视力记录应为 5.0.

(2) 设第 n 行中的“E”字视标边长为 b_n ，由题意可知，

数列 $\{b_n\}$ 为首项 $b_1=72.72$ ，公比 $q=0.794$ 的等比数列.

$$b_5=72.72 \times 0.794^{(5-1)} \approx 28.90.$$

答：第 5 行中的“E”字视标边长为 28.90 毫米.

$$(3) S_{14} = \frac{72.72 \times (1 - 0.794^{14})}{1 - 0.794} \approx 339.037.$$

故第一行视标顶端到最后一行视标底端的距离为 $13 \times 24 + 339.037 \approx 651.04$ 毫米.

【能力目标】(1) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型

(2) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型

(3) 数学建模能力/将具体情境抽象成数学问题，建立相应的数学模型

【知识内容】(1) 数列/等差数列的通项公式

(2) 数列/等比数列的通项公式

(3) 数列/等比数列的前 n 项和公式

【例 4】求函数 $f(x) = \cos x$ 的最小正周期.

某同学的解法如下：

$$\text{因为 } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0, \quad f\left(\frac{\pi}{2} + \pi\right) = \cos \frac{3\pi}{2} = 0, \quad \text{即 } f\left(\frac{\pi}{2} + \pi\right) = f\left(\frac{\pi}{2}\right),$$

所以函数 $f(x) = \cos x$ 的最小正周期为 π .

请你判断该同学的解法是否正确.如果正确，请另外再写一个该函数的周期；

如果不正确，请写出该函数的最小正周期.

【参考答案】张同学的解法不正确，该函数的最小正周期应为 2π .

【能力目标】数学释模能力/能对问题解决的方法、过程、策略作出合理的反思，并对是否需要修正作出判断

【知识内容】三角函数/余弦函数的图像与性质